

第8章 三角形

8.1 与三角形有关的边和角

1. 认识三角形

课时1 三角形的边、角及三角形的分类

刷基础

1. **D** 【解析】可以组成的三角形有 $\triangle ACD$, $\triangle ACE$, $\triangle ADE$, $\triangle BCD$, $\triangle BCE$, $\triangle BDE$, $\triangle CAB$, $\triangle DAB$, $\triangle EAB$, 共 9 个, 故选 D.

2. (1) 4 $\triangle ABC$, $\triangle EBG$, $\triangle AEF$, $\triangle CGF$
(2) B, G, E BE, EG, BG $\angle B, \angle BEG, \angle BGE$ (3) EF 点 E (4) ACB AEF

【解析】(1) 题图中共有 4 个三角形, 分别是 $\triangle ABC$, $\triangle EBG$, $\triangle AEF$, $\triangle CGF$.

(2) $\triangle BGE$ 的三个顶点分别是 B, G, E , 三条边分别是 BE, EG, BG , 三个角分别是 $\angle B, \angle BEG, \angle BGE$.

(3) $\triangle AEF$ 中, 顶点 A 所对的边是 EF , 边 AF 所对的顶点是点 E .

(4) $\angle ACB$ 是 $\triangle ACB$ 的内角, $\angle BEF$ 是 $\triangle AEF$ 的外角.

3. **C** 【解析】A 选项, 知道两个角, 可以计算出第三个角的度数, 因此可以判断出该三角形类型; B 选项, 露出的角是直角, 因此是直角三角形; C 选项, 露出的角是锐角, 其他两角都不知道, 因此不能判断出三角形类型; D 选项, 露出的角是钝角, 因此是钝角三角形. 故选 C.

4. **B** 【解析】按边分类: 不等边三角形和等腰三角形(底和腰不相等的等腰三角形、底和腰相等的等腰三角形, 即等边三角形). 按角分类: 直角三角形、锐角三角形和钝角三角形. 故题图(1)的分类不正确, 题图(2)的分类正确. 故选 B.

5. **B** 【解析】

直角或钝角数量	对应的三角形数量	所含的锐角数量
2 个直角	2 个直角三角形	4 个
3 个钝角	3 个钝角三角形	6 个

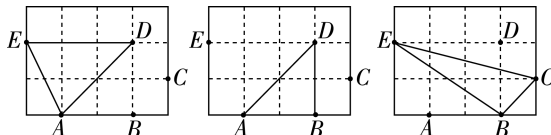
$22-4-6=12, 12 \div 3=4$. 故选 B.

关键点拨

掌握绝对值和平方的非负性是解题的关键.

6. **C** 【解析】 $\because (a-b)^2 + |b-c| = 0, (a-b)^2 \geq 0, |b-c| \geq 0, \therefore a-b=0, b-c=0$, 即 $a=b, b=c, \therefore a=b=c, \therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore \triangle ABC$ 是锐角三角形. 故选 C.

7. 【解】画法如图(直角三角形与钝角三角形画法不唯一):



课时2 三角形的中线、角平分线和高

刷基础

关键点拨

AC 边上的高必须满足两个条件: 一是垂直于 AC, 二是过顶点 B.

1. **D**

2. **C** 【解析】

- A 一个锐角三角形三条高的交点在这个三角形的内部, 故 A 不符合题意
- B 一个钝角三角形三条高所在直线的交点在这个三角形的外部, 故 B 不符合题意
- C 一个直角三角形三条高的交点在这个直角三角形的直角顶点, 故 C 符合题意
- D 已确定 C 符合题意, 故 D 不符合题意

3. $12:15:10$ 【解析】 \because 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC, CE \perp AB$, 垂足分别为点 D 和点 E, AD 与 CE 交于点 $O, \therefore BF \perp AC. \because AB=5, BC=4, AC=6, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}AB \cdot CE = \frac{1}{2}AC \cdot BF, \therefore S_{\triangle ABC} = 2AD = \frac{5}{2}CE = 3BF, \therefore CE:AD:BF=12:15:10$, 故答案为 $12:15:10$.

关键点拨

熟练掌握三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分是解此题的关键.

4. **C** 【解析】 \because 点 E 是 AD 的中点, $\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}, S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACD}, \therefore S_{\triangle BDE} + S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD} + \frac{1}{2}S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}(S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ACD}) = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2 = 1, \therefore S_{\triangle BCE} = 1. \because F$ 为 CE 的中点, $\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$. 故选 C.

5. 24 【解析】 $\because AD$ 为 BC 边上的中线, $\therefore BD = DC$. $\because \triangle ACD$ 的周长为 22, $\therefore AC + AD + CD = 22$, $\therefore AC + AD + BD = 22$. $\because AC = 8$, $\therefore AD + BD = 14$. $\because AB = 10$, $\therefore \triangle ABD$ 的周长 $= AB + AD + BD = 10 + 14 = 24$, 故答案为 24.

6. D 【解析】 $\because \angle BAD = \angle CAD$, $\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, 故 A 选项正确, 不符合题意; $\because \angle BCE = \angle ACE$, $\therefore CE$ 是 $\angle ACD$ 的平分线, $\angle BCE = \frac{1}{2} \angle ACB$, 故 B、C 选项正确, 不符合题意; 由以上知, CE 不是 $\angle ABC$ 的平分线, 故 D 选项错误, 符合题意. 故选 D.

7. A 【解析】由折叠知 $\angle DAE = \angle CAE$, $\angle AEC = 90^\circ$. $\because AD$ 为 $\triangle ABE$ 的角平分线, $\therefore \angle BAD = \angle DAE$, $\therefore \angle BAD = \angle DAE = \angle CAE$. $\because \angle BAC = 60^\circ$, $\therefore \angle BAD + \angle DAE + \angle CAE = 60^\circ$, $\therefore \angle BAD = \angle DAE = \angle CAE = 20^\circ$. $\because \angle AEC = 90^\circ$, $\therefore \angle C = 180^\circ - \angle AEC - \angle CAE = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$. 故选 A.

8. (1) 丙 (2) 甲 (3) 乙 【解析】(1) 根据折叠得, 甲和乙中 $BD \neq CD$, 丙中 $BD = CD$, \therefore 折出的 AD 是 BC 边上的中线的是丙.

(2) 根据折叠得, 甲中 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 乙和丙中 $\angle ADB \neq \angle ADC \neq 90^\circ$, \therefore 折出的 AD 是 BC 边上的高的是甲.

(3) 根据折叠得, 乙中 $\angle BAD = \angle CAD$, 甲和丙中 $\angle BAD \neq \angle CAD$, \therefore 折出的 AD 是 $\triangle BAC$ 的角平分线的是乙.

刷提升

1. A 【解析】设 $S_{\triangle ADE} = S$. $\because AD = 1$, $DC = 2$, $\therefore DC = 2AD$. 又 $\because \triangle CDE$ 和 $\triangle ADE$ 过顶点 E 的高相同, 设为 h_1 , $\therefore S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} CD \cdot h_1 = \frac{1}{2} \times 2AD \cdot h_1 = 2 \times \frac{1}{2} AD \cdot h_1 = 2S_{\triangle ADE} = 2S$. $\because \triangle ABC$ 的面积等于 $\triangle DEC$ 面积的 2 倍, $\therefore S_{\triangle ABC} = 4S$. $\because S_{\triangle CBE} + S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CDE} = S_{\triangle ABC}$, $\therefore S_{\triangle CBE} + S + 2S = 4S$, $\therefore S_{\triangle CBE} = S = \frac{1}{4} \times 4S = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$. $\because AB = 4$, $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCE$ 过顶点 C 的高相同, 设为 h_2 , $\therefore \frac{1}{2} BE \cdot h_2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} AB \cdot h_2$, $\therefore BE = \frac{1}{4} AB = \frac{1}{4} \times 4 = 1$. 故选 A.

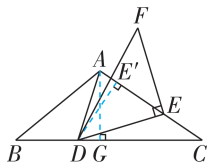
思路分析

过点 A 作 $AG \perp BC$, 过点 D 作 $DE' \perp AC$, 根据题意得出 $BD \cdot AG = 4$, 则 $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AG = 4$. 由条件得出 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE^2$, 则当 $DE \perp AC$ 时, $\triangle DEF$ 的面积取得最小值.

关键点拨 求出同高的 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDE$ 面积之间的数量关系, 再根据题意可推出同高的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCE$ 面积之间的数量关系是解题的关键.

2. 2 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, $\therefore BD = DC$, $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$. 又 $\because DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F , $AB = 3$, $AC = 4$, $DF = 1.5$, $\therefore \frac{1}{2} AB \cdot ED = \frac{1}{2} AC \cdot DF$, 即 $\frac{1}{2} \times 3 \times ED = \frac{1}{2} \times 4 \times 1.5$, 解得 $ED = 2$, 故答案为 2.

3. $\frac{32}{9}$ 【解析】过点 A 作 $AG \perp BC$, 过点 D 作 $DE' \perp AC$, 如图所示. $\because S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} BD \cdot AG = 2$, $\therefore BD \cdot AG = 4$. $\because CD = 2BD$, $\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AG = 4$. $\because DE = EF$, $\angle DEF = 90^\circ$, $\therefore S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE^2$, \therefore 当 DE 取得最小值时, $\triangle DEF$ 的面积最小. 当 $DE \perp AC$ 时, DE 取得最小值, 即 DE' 的长度. $\because S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \cdot DE' = 4$, $\therefore DE' = \frac{8}{3}$, 此时 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} DE'^2 = \frac{32}{9}$, $\therefore \triangle DEF$ 面积的最小值为 $\frac{32}{9}$, 故答案为 $\frac{32}{9}$.

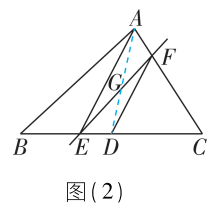
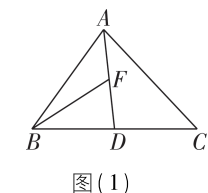


刷素养

4. 【解】任务 1: \because 三角形 ABO 的面积为 2.5, 三角形 ACO 的面积为 1.5, \therefore 三角形 ABC 的面积为 $2.5 + 1.5 = 4$. \because 三角形 ABC 和三角形 ABD 的面积相等, \therefore 三角形 ABD 的面积为 4, 故答案为 4.

任务 2: 由题意画出图形如图(1). \because 在三角形 ABC 中, D 是 BC 的中点, 三角形 ABC 的面积为 8, \therefore 三角形 ABD 的面积等于三角形 ABC 的面积的一半, 即为 $\frac{1}{2} \times 8 = 4$. $\because F$ 是 AD 的中点, \therefore 三角形 ABF 的面积等于三角形 ABD 的面积的一半, 即为 $\frac{1}{2} \times 4 = 2$, 故答案为 2.

任务 3: 如图, 连结 AD , 交 EF 于点 G . $\because AE \parallel DF$, \therefore 三角形 DAE 的面积 = 三



角形 FAE 的面积, \therefore 三角形 DAE 的面积-三角形 GAE 的面积=三角形 FAE 的面积-三角形 GAE 的面积, 即三角形 DEG 的面积=三角形 AFG 的面积. \therefore 在三角形 ABC 中, 点 D 是 BC 的中点, \therefore 三角形 ABD 的面积=三角形 ACD 的面积, \therefore 四边形 $ABEG$ 的面积+三角形 DEG 的面积=四边形 $CDGF$ 的面积+三角形 AFG 的面积, \therefore 四边形 $ABEG$ 的面积+三角形 AFG 的面积=四边形 $CDGF$ 的面积+三角形 DEG 的面积, 即四边形 $ABEF$ 的面积=三角形 CEF 的面积, \therefore 直线 EF 平分三角形 ABC 的面积.

重难专题 4 三角形中线、高线的应用

刷难关

1. **C** 【解析】①当 $\triangle ABD$ 的周长大于 $\triangle ADC$ 的周长时, $\therefore AD$ 为 BC 边上的中线, $\therefore BD=CD$, $\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的周长差 = $(AB+AD+BD)-(AC+AD+CD)=AB-AC$. $\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的周长差为 5, $AC=8$, $\therefore AB-8=5$, 解得 $AB=13$. ②当 $\triangle ADC$ 的周长大于 $\triangle ABD$ 的周长时, $\therefore AD$ 为 BC 边上的中线, $\therefore BD=CD$, $\therefore \triangle ADC$ 与 $\triangle ABD$ 的周长差 = $(AC+AD+CD)-(AB+AD+BD)=AC-AB$. $\therefore \triangle ABD$ 与 $\triangle ADC$ 的周长差为 5, $AC=8$, $\therefore 8-AB=5$, 解得 $AB=3$. 综上, $AB=3$ 或 13, 故选 C.

2. **D** 【解析】 $\therefore D, E, F$ 分别是边 BC, AD, AC 的中点, $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD}$, $S_{\triangle ADF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$, $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADF}$, $\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC}$, $\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle BDE} + S_{\triangle DEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} + \frac{1}{8} S_{\triangle ABC} = \frac{3}{8} S_{\triangle ABC}$, $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{8}{3} S_{\text{阴影部分}} = \frac{8}{3} \times 6 = 16$, 故选 D.

3. **A** 【解析】如图, 连结 AB_1, BC_1, CA_1 , 根据等底同高的三角形面积相等, 可得 $\triangle A_1BC$, $\triangle A_1B_1C$, $\triangle AB_1C$, $\triangle AB_1C_1$, $\triangle ABC_1$, $\triangle A_1BC_1$, $\triangle ABC$

思路分析

根据 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 求出 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积, 再根据 $AG:GD=2:1$ 可求出 $\triangle ABG$ 和 $\triangle ACG$ 的面积, 最后由三角形中线的性质求出 $\triangle GFB$ 和 $\triangle GCE$ 的面积即可得解.

思路分析

分 AD 在 $\triangle ABC$ 内部与在 $\triangle ABC$ 外部两种情况求解即可.

的面积都相等, $\therefore S_{\triangle A_1B_1C_1} = 7S_{\triangle ABC}$, 同理可得 $S_{\triangle A_2B_2C_2} = 7S_{\triangle A_1B_1C_1} = 7^2 S_{\triangle ABC}$, \dots , 则 $S_{\triangle A_{2024}B_{2024}C_{2024}} = 7^{2024} S_{\triangle ABC}$. $\therefore S_{\triangle ABC} = 1$, $\therefore \triangle A_{2024}B_{2024}C_{2024}$ 的面积为 7^{2024} . 故选 A.

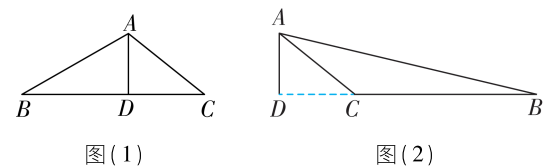
4. **4** 【解析】 $\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, $\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$. $\therefore AG:GD=2:1$, $\therefore S_{\triangle ABG} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4$, $S_{\triangle AGC} = \frac{2}{3} S_{\triangle ACD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4$. 又 $\therefore BE, CF$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, \therefore 点 E, F 分别是 AC, AB 的中点, $\therefore S_{\triangle GFB} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$, $S_{\triangle GCE} = \frac{1}{2} S_{\triangle AGC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$, $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle GFB} + S_{\triangle GCE} = 2 + 2 = 4$. 故答案为 4.

5. 【解】(1) $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD$. 故答案为 $\frac{1}{2} AB \cdot CD$.

(2) 由 (1) 可得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot CD$, 则 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \times CD$, 解得 $CD = \frac{12}{5}$.

(3) $\therefore AH \perp BC, PM \perp AB, PN \perp AC, S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle ACP}$, $\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} AB \cdot PM + \frac{1}{2} AC \cdot PN$, $\therefore \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 PM + \frac{1}{2} \times 13 PN = \frac{1}{2} \times 13 (PM + PN)$, $\therefore PM + PN = \frac{120}{13}$.

6. **D** 【解析】当 AD 在 $\triangle ABC$ 内部时, 如图 (1). $\therefore \triangle ABC$ 的面积为 24, AD 是 BC 边上的高, $AD=4, CD=5$, $\therefore \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} (BD+CD) \cdot AD = \frac{1}{2} (BD+5) \times 4 = 24$, $\therefore BD=7$.



当 AD 在 $\triangle ABC$ 外部时, 如图 (2). $\therefore \triangle ABC$ 的面积为 24, AD 是 BC 边上的高,

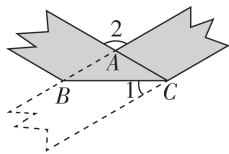
$AD=4, CD=5, \therefore \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2}BC \times 4 = 24,$
 $\therefore BC=12, \therefore BD=BC+CD=12+5=17.$ 综上所述, BD 的长为 7 或 17, 故选 D.

2. 三角形的内角和与外角和

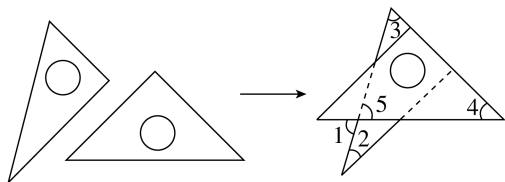
课时 1 三角形的内角和

刷基础

1. **C** 【解析】如图,标注三角形的三个顶点 A, B, C , 则 $\angle 2 = \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB$. \because 图案是由一张等宽的纸条折成的, $\therefore \angle 1 = \angle BCA = 30^\circ$. 又 \because 纸条的长边平行, $\therefore \angle ABC = \angle 1 = 30^\circ, \therefore \angle 2 = \angle BAC = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$. 故选 C.



2. **75** 【解析】如图, $\because \angle 2 = 30^\circ, \therefore \angle 3 = 60^\circ$. 又 $\because \angle 4 = 45^\circ, \therefore \angle 1 = \angle 5 = 180^\circ - \angle 3 - \angle 4 = 75^\circ$. 故答案为 75.



3. **$45^\circ + \alpha$** 【解析】 $\because \angle C = 45^\circ, \therefore \angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C = 135^\circ$. $\because \angle DPE = \alpha, \therefore \angle APD + \angle BPE = 180^\circ - \alpha$. $\because \angle A + \angle APD + \angle ADP = 180^\circ, \angle B + \angle BEP + \angle BPE = 180^\circ, \therefore \angle A + \angle APD + \angle ADP + \angle B + \angle BEP + \angle BPE = 360^\circ,$
 $\therefore 135^\circ + 180^\circ - \alpha + \angle ADP + \angle BEP = 360^\circ,$
 $\therefore \angle PEB + \angle PDA = 45^\circ + \alpha$. 故答案为 $45^\circ + \alpha$.

4. **119** 【解析】 $\because \triangle ABC$ 中, $\angle A = 58^\circ,$
 $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 122^\circ$. $\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线 BE 与 CF 相交于点 $O,$
 $\therefore \angle OBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$
 $\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = 61^\circ,$
 $\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 119^\circ$, 故答案为 119.

5. **B** 【解析】 $\because AD \perp BC, \therefore \angle ADB = 90^\circ,$
 $\therefore \angle B + \angle BAD = 90^\circ. \because \angle BAC = 90^\circ, \therefore \angle BAD +$

思路分析

先根据三角形内角和求出 $\angle BAC$ 的度数, 再由角平分线的定义求出 $\angle DAC$ 的度数, 然后根据直角三角形锐角互余求出 $\angle EAC$ 的度数, 即可得到 $\angle DAE$ 的度数, 最后推出 $AE \parallel FG$, 从而得到 $\angle AFG = \angle DAE$, 即可求解.

$\angle CAD = 90^\circ, \therefore \angle B = \angle CAD$, 故选 B.

6. **18°** 【解析】 $\because \angle B = 32^\circ, \angle C = 68^\circ, \therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - (32^\circ + 68^\circ) = 80^\circ.$
 $\because AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ. \because AE \perp BC,$
 $\therefore \angle AEC = 90^\circ, \therefore \angle EAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ, \therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle EAC = 40^\circ - 22^\circ = 18^\circ. \because FG \perp BC, AE \perp BC, \therefore$ 易得 $AE \parallel FG, \therefore \angle AFG = \angle DAE = 18^\circ$. 故答案为 18° .

7. **C** 【解析】在 $\triangle ABC$ 中, $\because \angle A + \angle B = \angle C,$
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 2 \angle C = 180^\circ, \therefore \angle C = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故①符合题意;
 $\because \angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3, \therefore \angle C = 180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ, \therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故②符合题意;
 $\because \angle A = 90^\circ - \angle B, \therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故③符合题意;
 $\because \angle A = \angle B = \frac{1}{2} \angle C, \therefore \angle A + \angle B + \angle C = 2 \angle C = 180^\circ, \therefore \angle C = 90^\circ, \therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, 故④符合题意;
 $\because \angle A = \angle B = \angle C, \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ, \therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ,$
 $\therefore \triangle ABC$ 不是直角三角形, 故⑤不符合题意. 综上, 能确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的条件有 4 个. 故选 C.

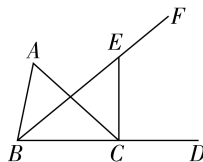
8. 【解】 $\because CE \perp AD, \therefore \angle CED = 90^\circ, \therefore \angle C + \angle D = 90^\circ. \because \angle A = \angle C, \therefore \angle A + \angle D = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle ABD$ 是直角三角形.

刷易错

易错警示

题中并未指明 CE 与 $\triangle ABC$ 的哪一边垂直, 因此要注意分类讨论, 避免漏解.

9. **9° 或 51° 或 129°** 【解析】①如图(1), 当 $CE \perp BC$ 时, $\angle BCE = 90^\circ. \because \angle A = 60^\circ,$
 $\angle ACB = 42^\circ, \therefore \angle ABC = 78^\circ. \because BF$ 平分 $\angle ABC, \therefore \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC = 39^\circ, \therefore \angle BEC = 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ.$



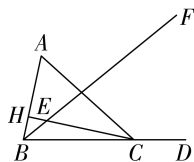
图(1)

②如图(2),当 $CE \perp AB$ 于 H 时, $\angle BHE = 90^\circ$.

$$\therefore \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABC = 39^\circ,$$

$$\therefore \angle BEH = 180^\circ - 90^\circ - 39^\circ = 51^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 180^\circ - 51^\circ = 129^\circ.$$

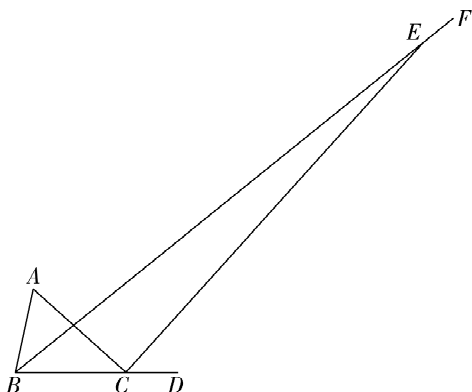


图(2)

③如图(3),当 $CE \perp AC$ 时, $\angle ACE = 90^\circ$.

$$\therefore \angle CBE = 39^\circ, \angle ACB = 42^\circ, \therefore \angle BEC = 180^\circ - 39^\circ - 42^\circ - 90^\circ = 9^\circ.$$

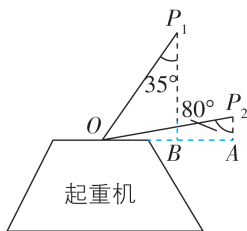
综上所述, $\angle BEC$ 的度数为 9° 或 51° 或 129° .



图(3)

刷提升

1. **B** 【解析】如图,由题意知 P_1B, P_2A 垂直于 OA . 在 $\text{Rt} \triangle OAP_2$ 中, $\angle AOP_2 = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$, 在 $\text{Rt} \triangle OBP_1$ 中, $\angle BOP_1 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$, $\therefore \angle P_1OP_2 = \angle P_1OA - \angle P_2OA = 55^\circ - 10^\circ = 45^\circ$. 故选 B.



2. **A** 【解析】甲:延长 BA 和 CD , 设交点为 O , 则 $\angle O$ 是 AB 所在直线和 CD 所在直线的夹角, 则检验 $\angle O$ 是否等于 40° 可以检验该零件是否合格, 符合题意; 乙:测量出 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度数, 可由三角形内角和求出甲中 $\angle O$ 的度数,

思路分析

过点 H 作

$HM \parallel AB$, 延长

EF 交 CD 于

点 N , 易得

$AB \parallel HM \parallel CD$,

$EN \perp CD$, 则

可求得

$\angle CGH = 30^\circ$,

从而可得

$\angle CGF = 50^\circ$,

再利用三角形的

内角和即可

求得 $\angle NFG$

的度数, 进而

得到 $\angle EFG$

的度数.

思路分析

先根据题意构

造直角三角

形, 再利用直

角三角形的两

个锐角互余求

解即可.

关键点拨

由 M 不与

$\triangle ABC$ 的顶点

重合, 可知

$\triangle ABC$ 不是直

角三角形, 故

分 $\triangle ABC$ 为锐

角三角形时和

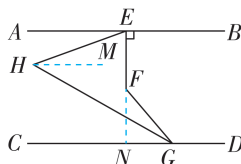
$\triangle ABC$ 为钝角

三角形时讨

论.

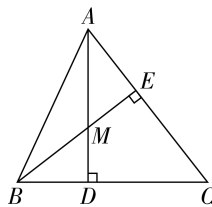
符合题意; 丙: 测量出 $\angle BAD$ 和 $\angle ADC$ 的度数, 则由四边形内角和可求得 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度数和, 同理可得甲中 $\angle O$ 的度数, 符合题意. 故选 A.

3. **B** 【解析】过点 H 作 $HM \parallel AB$, 延长 EF 交 CD 于点 N , 如图. $\because AB \parallel CD, EF \perp AB, \therefore AB \parallel HM \parallel CD, EN \perp CD, \therefore \angle EHM = \angle AEH = 20^\circ, \angle ENG = 90^\circ, \angle CGH = \angle GHM, \therefore \angle GHM = \angle EHG - \angle EHM = 30^\circ, \therefore \angle CGH = 30^\circ, \therefore \angle CGF = \angle CGH + \angle FGH = 50^\circ, \therefore \angle NFG = 180^\circ - \angle ENG - \angle CGF = 40^\circ, \therefore \angle EFG = 180^\circ - \angle NFG = 140^\circ$. 故选 B.



4. 135° 【解析】设 $\angle BCO = 3x$, 则 $\angle ACD = 5x$. $\because OC \perp CD, \therefore \angle OCD = 90^\circ, \therefore \angle ACO = 90^\circ - 5x, \therefore \angle ACB = 3x + 90^\circ - 5x = 90^\circ - 2x. \because AD \parallel BC, \therefore \angle CAD = \angle ACB = 90^\circ - 2x. \because AC$ 平分 $\angle DAB, \therefore \angle BAC = \angle DAC, \therefore \angle BAC = \angle ACB = \angle ABC = 90^\circ - 2x. \therefore \angle BAC + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ, \therefore 90^\circ - 2x = 60^\circ$, 解得 $x = 15^\circ, \therefore \angle ACO = 90^\circ - 5x = 15^\circ, \angle CAD = 90^\circ - 2x = 60^\circ. \therefore OA \perp AD, \therefore \angle OAD = 90^\circ, \therefore \angle OAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \therefore \angle AOC = 180^\circ - 15^\circ - 30^\circ = 135^\circ$. 故答案为 135° .

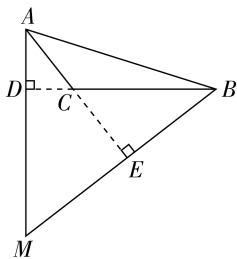
5. 52° 或 128° 【解析】当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时, 如图(1).



图(1)

$\because AD \perp BC, BE \perp AC, \therefore \angle AME + \angle DAC = 90^\circ, \angle DAC + \angle C = 90^\circ, \therefore \angle AME = \angle C. \therefore \angle AME = \angle BMD = 52^\circ, \therefore \angle C = 52^\circ$.

当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时, 若 $\angle ACB$ 为钝角, 如图(2).



图(2)

$\because AD \perp BC, BE \perp AC, \therefore \angle MDB = 90^\circ, \angle CEB = 90^\circ, \therefore \angle DMB + \angle DBM = 90^\circ, \angle DBM + \angle BCE = 90^\circ, \therefore \angle DMB = \angle BCE. \because \angle DMB = 52^\circ, \therefore \angle BCE = 52^\circ, \therefore \angle ACB = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ.$ 若 $\angle ABC$ 为钝角或 $\angle BAC$ 为钝角, 易求得 $\angle C = 52^\circ$. 故答案为 52° 或 128° .

刷素养

6. 【解】(1) \because 在 $\triangle ABC$ 中, AD, BE 为 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle ABE, \angle BAC = 2\angle BAD.$$

$$\therefore \angle AFB = 125^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAD = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BAC = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - (\angle ABC + \angle BAC) = 70^\circ,$$

故答案为 70° .

$$(2) \text{ 设 } \angle ABE = \beta, \angle BAD = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = 2\beta, \angle BAC = 2\alpha,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle ABC - \angle BAC = 180^\circ - 2\beta - 2\alpha.$$

$$\because AG \perp AD,$$

$$\therefore \angle FAG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G = 180^\circ - \angle ABF - \angle BAF - \angle FAG = 180^\circ - \beta - \alpha - 90^\circ = 90^\circ - \beta - \alpha,$$

$$\therefore \angle ACB = 2\angle G.$$

$$(3) \because \angle CBE : \angle CAM = 5 : 7, \angle ABE = \angle CBE = \beta, \therefore \angle CAM = \frac{7}{5}\beta.$$

$$\because \angle ABC + \angle BAM + \angle M = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\beta + 2\alpha + \frac{7}{5}\beta + 65^\circ = 180^\circ. \text{ ①}$$

$$\because \angle BNM = 180^\circ - \angle MBN - \angle M = 180^\circ - \beta - 65^\circ,$$

$$\angle ECM = 180^\circ - \angle CAM - \angle M = 180^\circ - \frac{7}{5}\beta - 65^\circ,$$

$$\therefore \angle CEG = 360^\circ - \angle BNM - \angle ECM - \angle M = \frac{7}{5}\beta +$$

$$65^\circ + \beta. \because \angle CEG = 5\angle BAF = \angle ABC,$$

$$\therefore \frac{7}{5}\beta + 65^\circ + \beta - 5\alpha = 2\beta. \text{ ②}$$

联立①②, 解得 $\beta = 25^\circ, \alpha = 15^\circ,$

$$\therefore \angle MBN = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle BNM = 180^\circ - 65^\circ - 25^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore AM \perp BG,$$

$$\therefore S_{\triangle AGF} = \frac{1}{2}AF \cdot AG = \frac{1}{2}FG \cdot AN,$$

$$\therefore 36 = \frac{18}{5}FG,$$

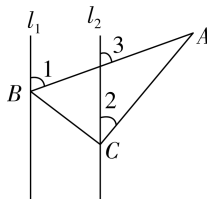
解得 $FG = 10$.

课时2 三角形的外角



刷基础

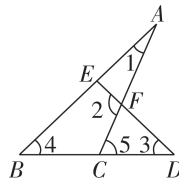
1. C 【解析】如图, \because 直线 $l_1 \parallel l_2, \therefore \angle 3 = \angle 1 = 70^\circ. \because \angle 2 = 40^\circ, \therefore \angle A = \angle 3 - \angle 2 = 30^\circ$, 故选 C.



关键点拨

掌握三角形的外角性质是解题的关键.

2. D 【解析】如图, $\because \angle 5$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, $\therefore \angle 1 + \angle 4 = \angle 5. \text{ ①}$ $\because \angle 2$ 是 $\triangle CDF$ 的外角, $\therefore \angle 5 = \angle 2 - \angle 3. \text{ ②}$ 由①和②得 $\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 - \angle 3$. 故选 D.

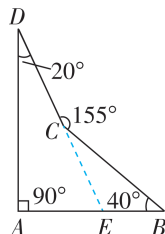


3. 95 【解析】 $\because \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ, \angle 3 = 2\angle 1, \therefore \angle 1 + 105^\circ + 2\angle 1 = 360^\circ, \therefore 3\angle 1 = 255^\circ, \therefore \angle 1 = 85^\circ, \therefore \angle BAC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ.$

思路分析

延长 DC 交 AB 于点 E, 利用三角形外角的性质即可求解.

4. 25 【解析】延长 DC 交 AB 于点 E, 如图. $\because \angle BCD = 155^\circ, \angle B = 40^\circ, \angle BCD$ 是 $\triangle BCE$ 的外角, $\therefore \angle BEC = \angle BCD - \angle B = 115^\circ. \therefore \angle A = 90^\circ,$



$\angle BEC$ 是 $\triangle ADE$ 的外角, $\therefore \angle D = \angle BEC - \angle A = 25^\circ$.

5. 【解】(1) $\because \angle DCE = 90^\circ$, 且 CF 平分 $\angle DCE$,

$$\therefore \angle FCE = \frac{1}{2} \angle DCE = 45^\circ.$$

又 $\because \angle B = 45^\circ$,

$$\therefore \angle FCE = \angle B,$$

$$\therefore CF \parallel AB.$$

(2) 由(1)知, $\angle FCE = 45^\circ$.

在 $\triangle CDE$ 中, $\because \angle D = 30^\circ$, $\angle DCE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle E + \angle FCE = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ.$$

6. 【解】(1) $\because \angle ABC$ 的平分线交 AC 于点 D ,

$\angle ABF$ 的平分线交 CA 的延长线于点 E ,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABF.$$

$$\because \angle ABC + \angle ABF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle ABE = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ABF) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = 90^\circ,$$

$$\therefore BD \perp BE.$$

(2) 由(1)知 $\angle DBE = 90^\circ$.

$$\because \angle E = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle CBD = \angle BDE = 70^\circ.$$

$$\because \angle BAG = \angle C, \angle CBD = \angle DBA,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle BAG = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle AHB = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ.$$

刷易错

7. 【解】(1) $\because \angle 1 = 100^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle 1 = 80^\circ.$$

$$\because \angle C = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle C = 30^\circ.$$

由此发现: $\angle 1$ 与 $\angle C$, $\angle A$ 的数量关系是 $\angle 1 = \angle A + \angle C$, 用语言叙述为三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

故答案为 30° , $\angle 1 = \angle A + \angle C$, 与它不相邻的两个内角的和.

$$(2) \text{ 由折叠得到 } \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ACD = 67^\circ.$$



刷提升

1. D 【解析】延长 FP 交 CD 于点 Q , 如图.

$$\because \angle EGF = \angle MPN = 90^\circ, \therefore \angle EGP = 180^\circ - \angle EGF = 90^\circ, \therefore \angle EGP = \angle MPN = 90^\circ, \therefore GE \parallel PN,$$

故 A 不符合题意. $\because AB \parallel CD, \therefore \angle AFG = \angle PQN = 45^\circ$. $\because \angle MPN$ 是 $\triangle PQN$ 的一个外角,

$$\therefore \angle PNC = \angle MPN - \angle PQN = 45^\circ,$$

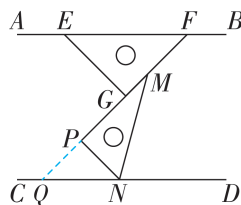
$$\therefore \angle AFG = \angle PNC, \text{ 故 B 不符合题意.}$$

$\because \angle FMN$ 是 $\triangle PMN$ 的一个外角, $\therefore \angle FMN = \angle MPN + \angle MNP = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$, 故 C 不符合题意.

$$\because \angle PNC = 45^\circ, \angle PNM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MND = 180^\circ - \angle PNC - \angle PNM = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle MND \neq \angle PNM, \text{ 故 D 符合题意. 故选 D.}$$



2. C 【解析】如图. $\because \angle 1 = \angle B + \angle BMC, \angle 2 =$

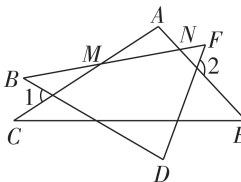
$$\angle F + \angle FNE, \therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle BMC + \angle F +$$

$$\angle FNE. \because \angle BMC = \angle AMN, \angle FNE = \angle ANM,$$

$$\angle AMN + \angle ANM = 180^\circ - \angle A, \therefore \angle 1 + \angle 2 =$$

$$\angle B + \angle F + \angle AMN + \angle ANM = (180^\circ - \angle D) +$$

$$(180^\circ - \angle A) = 360^\circ - \angle A - \angle D = 180^\circ. \text{ 故选 C.}$$



3. D 【解析】 $\because CD$ 是 $\angle BCA$ 的平分线,

$$\therefore \angle ACB = 2 \angle ACD. \because \angle MAC$$
 是 $\triangle ADC$ 的外角,

$$\therefore \angle MAC = \angle ADC + \angle ACD, \therefore \angle ACD =$$

$$\angle MAC - \angle ADC = \beta - \gamma, \therefore \angle ACB = 2(\beta - \gamma).$$

$$\because EF \parallel AB, \therefore \angle ABC = \angle EFC = \alpha. \text{ 又 } \because \angle MAC$$

$$\text{是 } \triangle ABC \text{ 的外角, } \therefore \angle MAC = \angle ABC + \angle ACB,$$

$$\therefore \beta = \alpha + 2(\beta - \gamma), \text{ 整理得 } \beta = 2\gamma - \alpha. \text{ 故选 D.}$$

4. C 【解析】如图, 连结 AD 并延长至 E .

$$\because \angle ABD = \frac{2}{3} \angle ABC, \angle ACD = \frac{2}{3} \angle ACB,$$

$$\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC, \angle CDE = \angle CAD +$$

$$\angle ACD, \angle BDE = \angle BAD + \angle ABD, \angle ACB +$$

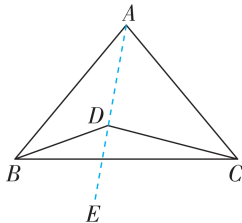
易错警示

三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和, 注意“不相邻”这个重要的条件.

关键点拨

掌握三角形外角的性质及三角形内角和定理是解题的关键.

$\angle ABC = 180^\circ - \angle BAC$, $\therefore \angle BDC = \angle CDE + \angle BDE = \angle CAD + \angle ACD + \angle BAD + \angle ABD =$
 $(\angle CAD + \angle BAD) + \frac{2}{3}(\angle ACB + \angle ABC) =$
 $\angle BAC + \frac{2}{3}(180^\circ - \angle BAC) = \angle BAC + 120^\circ -$
 $\frac{2}{3}\angle BAC = \frac{1}{3}\angle BAC + 120^\circ$, 故选 C.



5. 55 【解析】 $\because BF$ 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle ABF =$ **思路分析**

$\frac{1}{2}\angle ABC$. $\because AE$ 平分 $\angle DAB$, $\therefore \angle EAB =$
 $\frac{1}{2}\angle DAB$. $\because \angle DAB - \angle ABC = \angle C = 110^\circ$,
 $\therefore \angle EAB - \angle ABF = 55^\circ$, $\therefore \angle F = \angle EAB -$
 $\angle ABF = 55^\circ$, 故答案为 55.

6. 【解】(1) $\because \angle B = 35^\circ, \angle ACB = 85^\circ, \therefore \angle BAC =$
 $180^\circ - \angle B - \angle ACB = 60^\circ$. $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ, \therefore \angle PDE = \angle B +$
 $\angle BAD = 65^\circ$. $\because PE \perp AD, \therefore \angle E = 90^\circ - \angle PDE =$
 25° . 故答案为 25° .

(2) $\because AD$ 平分 $\angle BAC, \therefore \angle BAD = \angle CAD =$
 $\frac{1}{2}\angle BAC$. $\because \angle B + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ$,
 $\therefore \angle CAB = 180^\circ - \alpha - \beta, \therefore \angle BAD = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha -$
 $\beta), \therefore \angle PDE = \angle B + \angle BAD = \alpha + \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha -$
 $\beta) = 90^\circ + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$. $\because PE \perp AD, \therefore \angle PDE +$
 $\angle E = 90^\circ, \therefore \angle E = 90^\circ - \left[90^\circ + \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \right] =$
 $\frac{1}{2}(\beta - \alpha)$.

刷素养

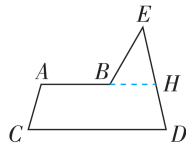
7. 【解】(1) 如图, 延长 AB 交 DE 于点 H . $\because AB \parallel CD, \therefore \angle BHE = \angle D$.

根据外角的性质得到 $\angle DAB - \angle ABC = 110^\circ$, 再根据角平分线的定义可得 $\angle EAB - \angle ABF = 55^\circ$, 进而得到 $\angle F$ 的度数.

思路分析

(1) 延长 AB 交 DE 于点 H , 根据平行线的性质得到 $\angle BHE = \angle D$, 结合三角形外角的性质即可求解.

$\therefore \angle ABE = 120^\circ, \therefore \angle BHE + \angle BED = \angle ABE = 120^\circ,$
 $\therefore \angle BED + \angle D = 120^\circ$.



(2) $\because \angle DEF = 2\angle BEF, \therefore \angle DEF = \frac{2}{3}\angle DEB$.

$\because \angle CDF = \frac{1}{3}\angle CDE, \therefore \angle EDF = \frac{2}{3}\angle CDE$.

由(1)知, $\angle CDE + \angle BED = 120^\circ, \therefore \angle DEF + \angle EDF = \frac{2}{3}\angle DEB + \frac{2}{3}\angle CDE = \frac{2}{3}(\angle DEB + \angle CDE) = 80^\circ, \therefore \angle EFD = 180^\circ - (\angle DEF + \angle EDF) = 100^\circ$.

(3) $\because BG \perp AB, \therefore \angle ABG = 90^\circ. \because \angle ABE = 120^\circ, \therefore \angle GBE = \angle ABE - \angle ABG = 30^\circ$.

$\because \angle CDE = 4\angle GDE, \therefore \angle GDE = \frac{1}{4}\angle CDE$.

$\because \angle G + \angle GBE = \angle E + \angle GDE, \therefore \angle G + 30^\circ = \angle E + \frac{1}{4}\angle CDE$. 由(1)知, $\angle CDE + \angle BED = 120^\circ, \therefore \angle CDE = 120^\circ - \angle E, \therefore \angle G + 30^\circ =$
 $\angle E + \frac{1}{4}(120^\circ - \angle E), \therefore \angle G = \frac{3}{4}\angle E,$

$\therefore \frac{\angle G}{\angle E} = \frac{3}{4}$.

3. 三角形的三边关系



刷基础

1. D 【解析】 $\because AC = BC = 18 \text{ cm}, \therefore (18 - 18) \text{ cm} < AB < (18 + 18) \text{ cm}$, 即 $0 \text{ cm} < AB < 36 \text{ cm}$, \therefore 只有 D 选项符合题意. 故选 D.

2. C 【解析】

A

设 a, b, c 分别为 $x, 2x, 3x$, 则 $a + b = c$, 不能构成三角形, 故 A 不符合题意.

B

将 $a + b = 4$ 代入 $a + b + c = 9$, 得 $c = 5, 4 < 5$, 即 $a + b < c$, 不能构成三角形, 故 B 不符合题意.

C

$3 + 4 > 5$, 即 $a + b > c$, 能构成三角形, 故 C 符合题意.

D

$a = b + c$, 不能构成三角形, 故 D 不符合题意.

3. **C** 【解析】由三角形的三边关系知 $\begin{cases} 2a > 8-2a, \\ 0 < 8-2a, \end{cases}$
解得 $2 < a < 4$, \therefore 题图(1)中 a 的值可以是 3, 故选 C.

4. **12 cm** 【解析】设第三边的长为 x cm, \therefore 三角形的两边长分别是 2 cm 和 5 cm, $\therefore 5-2 < x < 5+2$, 即 $3 < x < 7$. $\therefore x$ 为奇数, $\therefore x=5$, \therefore 该三角形的周长 $= 2+5+5=12$ (cm), 故答案为 12 cm.

5. 【解】在 $\triangle ABD$ 中, $AD+AB > BD$, 在 $\triangle BCD$ 中, $CD+BC > BD$, 在 $\triangle ACD$ 中, $AD+CD > AC$, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB+BC > AC$, $\therefore AD+AB+CD+BC+AD+CD+AB+BC > BD+BD+AC+AC$, $\therefore 2(AD+AB+CD+BC) > 2(AC+BD)$, $\therefore AD+AB+CD+BC > AC+BD$, $\therefore AC$ 与 BD 的和小于四边形 $ABCD$ 的周长.

6. **B** 【解析】A 选项, 它是由两个四边形构成, 不具有稳定性; B 选项, 它是由三个三角形构成, 具有稳定性; C 选项, 它是由两个四边形构成, 不具有稳定性; D 选项, 它是由一个三角形和一个四边形构成, 不具有稳定性. 故选 B.

7. **四边形的不稳定性** 【解析】根据题意得, 这是利用了四边形的不稳定性, 故答案为四边形的不稳定性.

刷易错

8. 【解】 $\because |b-7| + (a-3)^2 = 0, |b-7| \geq 0, (a-3)^2 \geq 0, \therefore |b-7| = 0, (a-3)^2 = 0, \therefore a=3, b=7$. 当边长为 a 的边为腰时, 等腰三角形三边长为 3, 3, 7, 不能构成三角形, 不符合题意; 当边长为 a 的边为底边时, 等腰三角形三边长为 3, 7, 7, 能构成三角形, 符合题意, 则这个等腰三角形的周长为 $3+7+7=17$.

刷提升

1. **B** 【解析】假设剪开乙小棒, 设乙小棒的长度为 a , 甲小棒的长度为 b , 剪开乙小棒得到的两根小棒的长度分别为 m, n ($m < n < b$), 则 $m+n=a$. \therefore 乙小棒的长度大于甲小棒的长度, 即 $a >$

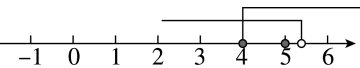
归纳总结
四边形不具有稳定性, 三角形具有稳定性.

易错警示
等腰三角形的底边和腰不明确的情况下, 通常分情况讨论, 注意需要考虑三角形的三边关系.

$b, \therefore m+n > b, \therefore$ 剪开乙小棒得到的两根小棒与甲小棒能组成三角形. 假设剪开甲小棒. \therefore 乙小棒的长度大于甲小棒的长度, \therefore 剪开甲小棒得到的两根小棒的长度和小于乙小棒的长度, 故不能组成三角形. 综上所述, 剪开的小棒是乙. 故选 B.

2. **D** 【解析】由三角形两边的和大于第三边, 得 $AB+AD > BD, PD+CD > PC$, 故 A、B 选项正确, 不符合题意. 则 $AB+AD+PD+CD > BD+PC$, $\therefore AB+AD+CD > PC+BD-PD, \therefore AB+AC > PC+BP$, 故 C 选项正确, 不符合题意. 由三角形两边的和大于第三边, 得 $AP+BP > AB, BP+CP > BC, AP+CP > AC$, 则 $2(AP+BP+CP) > AB+BC+AC$, 无法推出 $AP+BP+CP > AB+BC+AC$, 故 D 选项错误, 符合题意. 故选 D.

3. **C** 【解析】

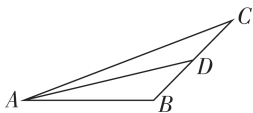
(1) 解不等式组	解不等式 $x-a < 0$, 可得 $x < a$; 解不等式 $2x-1 \geq 7$, 可得 $x \geq 4$. \therefore 不等式组有解, \therefore 其解集为 $4 \leq x < a$
(2) 列整数解	因为至少有两个整数解, 所以整数解包含 4, 5
(3) 画数轴	
(4) 定范围	结合数轴可知 $a > 5$

由存在以 3, a , 7 为边长的三角形, 得 $4 < a < 10$, 故 $5 < a < 10$, 则 a 的整数解有 4 个, 故选 C.

4. **A** 【解析】在 $\triangle ACD$ 中, $AD=5, CD=16, \therefore 16-5 < AC < 16+5$, 即 $11 < AC < 21$. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=9, BC=8, \therefore 9-8 < AC < 8+9$, 即 $1 < AC < 17, \therefore 11 < AC < 17, \therefore$ 只有当 $AC=16$ 时, 对角线 AC 分得的两个三角形中有一个是等腰三角形. 故选 A.

5. **2b** 【解析】 $\because a, b, c$ 是 $\triangle ABC$ 的三边长, $\therefore a < b+c, a+b > c, \therefore a-b-c < 0, a+b-c > 0, \therefore |a-b-c| + |a+b-c| = -(a-b-c) + a+b-c = -a+b+c+a+b-c = 2b$. 故答案为 $2b$.

6. 【解】如图.



$\because AD$ 是 BC 边上的中线, $\therefore BD = CD$. 设 $BD = CD = x$ cm, $AB = y$ cm, 则 $AC = 4x$ cm. 分两种情况讨论:

①当 $AC + CD = 60$ cm, $AB + BD = 40$ cm 时, $4x + x = 60$, $x + y = 40$, 解得 $x = 12$, $y = 28$, $\therefore AC = 48$ cm, $AB = 28$ cm, $BC = 24$ cm. $\because 24 + 28 = 52 > 48$, $\therefore 24$ cm, 28 cm, 48 cm 满足三角形的三边关系.

②当 $AC + CD = 40$ cm, $AB + BD = 60$ cm 时, $4x + x = 40$, $x + y = 60$, 解得 $x = 8$, $y = 52$, $\therefore AC = 32$ cm, $AB = 52$ cm, $BC = 16$ cm. $\because 32 + 16 = 48 < 52$, $\therefore 16$ cm, 32 cm, 52 cm 不满足三角形的三边关系. 综上所述, $AC = 48$ cm, $AB = 28$ cm.

刷素养

7. 【解】(1) ① $1 + 2 < 4$, 故不能构成三角形, 则不能构成“不均衡三角形”; ② $18 - 13 > 13 - 9$, 故能构成“不均衡三角形”; ③有相等长度的小木棍, 故不能构成“不均衡三角形”; ④ $9 - 8 < 8 - 6$, 故不能构成“不均衡三角形”. 故答案为②.

(2) $2x + 2 > 2x - 6$, 故只需分三种情况讨论:

①当 $16 > 2x + 2 > 2x - 6$, 即 $x < 7$ 时, $16 - (2x + 2) > 2x + 2 - (2x - 6)$, 解得 $x < 3$. 又因为 $2x - 6 > 0$, 解得 $x > 3$, 所以不合题意, 舍去. ②当 $2x + 2 > 16 > 2x - 6$, 即 $7 < x < 11$ 时, $2x + 2 - 16 > 16 - (2x - 6)$, 解得 $x > 9$, 故 $9 < x < 11$. 因为 x 为整数, 所以 $x = 10$, 经检验, 当 $x = 10$ 时, 符合三角形的三边关系. ③当 $2x + 2 > 2x - 6 > 16$, 即 $x > 11$ 时, $2x + 2 - (2x - 6) > 2x - 6 - 16$, 解得 $x < 15$, 所以 $11 < x < 15$. 因为 x 为整数, 所以 $x = 12$ 或 13 或 14 , 经检验, 均符合三角形的三边关系.

综上所述, x 的值为 10 或 12 或 13 或 14 .

思路分析

由 AD 是 BC 边上的中线, 得 $BD = CD$, 设 $BD = CD = x$ cm, $AB = y$ cm, 则 $AC = 4x$ cm, 分两种情况讨论: ①当 $AC + CD = 60$ cm, $AB + BD = 40$ cm 时; ②当 $AC + CD = 40$ cm, $AB + BD = 60$ cm 时.

思路分析

(2) 由于边长中含有参数, 故需分类讨论. 因为 $2x + 2$ 一定大于 $2x - 6$, 所以分三种情况进行讨论: ①当 $16 > 2x + 2 > 2x - 6$ 时; ②当 $2x + 2 > 16 > 2x - 6$ 时; ③当 $2x + 2 > 2x - 6 > 16$ 时.

大招专题 3 三角形倒角模型



刷难关

大招解读 | A 字型

【结论 1】如图 (1), $\angle DBC + \angle ECB = 180^\circ + \angle A$.

理由: $\because \angle DBC = \angle A + \angle ACB$, $\angle ECB = \angle A + \angle ABC$, $\therefore \angle DBC + \angle ECB = \angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC = \angle A + 180^\circ$.

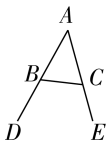


图 (1)

【结论 2】如图 (2), $\angle ABC + \angle ACB = \angle D + \angle E$.

理由: $\because \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, $\angle A + \angle D + \angle E = 180^\circ$, $\therefore \angle ABC + \angle ACB = \angle D + \angle E$.

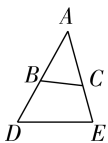


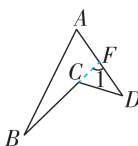
图 (2)

1. D 【解析】 $\because \angle A = 65^\circ$, $\therefore \angle ADE + \angle AED = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$, $\therefore \angle BDE + \angle CED = 360^\circ - 115^\circ = 245^\circ$, 故选 D.

2. B 【解析】 $\because \angle 1 = 70^\circ$, $\angle 2 = 140^\circ$, $\therefore \angle B + \angle C = 360^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 360^\circ - 70^\circ - 140^\circ = 150^\circ$, $\therefore \angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. 故选 B.

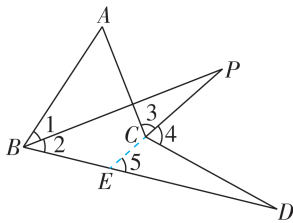
大招解读 | 飞镖型 (或燕尾型)

结论: 如图, $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$.



理由: 延长 BC 交 AD 于点 F . $\because \angle 1 = \angle A + \angle B$, $\angle BCD = \angle 1 + \angle D$, $\therefore \angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$.

3. B 【解析】如图, 延长 PC 交 BD 于 E . $\because \angle ABD, \angle ACD$ 的平分线交于点 P , $\therefore \angle 1 = \angle 2$,



$\angle 3 = \angle 4$. 由三角形的内角和定理得, $\angle A + \angle 1 = \angle P + \angle 3$. ① 在 $\triangle PBE$ 中, $\angle 5 = \angle 2 + \angle P$, 在 $\triangle DCE$ 中, $\angle 5 = \angle 4 - \angle D$, $\therefore \angle 2 + \angle P = \angle 4 - \angle D$. ② ① - ② 得 $\angle A - \angle P = \angle P + \angle D$, $\therefore \angle P = \frac{1}{2}(\angle A - \angle D)$. $\because \angle A = 55^\circ$,

$\angle D = 15^\circ$, $\therefore \angle P = \frac{1}{2}(55^\circ - 15^\circ) = 20^\circ$. 故选 B.

4. 【解】(1) $\angle BDC = \angle BAC + \angle B + \angle C$. 理由: 如图, 连结 AD 并延长至点 F .

根据三角形外角的性质, 可得

$$\angle BDF = \angle BAD + \angle B, \angle CDF = \angle C + \angle CAD.$$

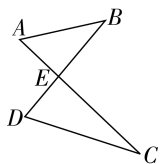
$$\text{又} \because \angle BDC = \angle BDF + \angle CDF, \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD, \\ \therefore \angle BDC = \angle BAC + \angle B + \angle C.$$

(2) ①由(1)可得 $\angle D = \angle ABD + \angle ACD + \angle A$.
又 $\because \angle A = 40^\circ, \angle D = 90^\circ, \therefore \angle ABD + \angle ACD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$, 故答案为 50.

②由(1)可得 $\angle P = \angle A + \angle ABP + \angle ACP, \angle D = \angle A + \angle ABD + \angle ACD, \therefore \angle ABP + \angle ACP = \angle P - \angle A = 130^\circ - 40^\circ = 90^\circ$.

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABP, CD$ 平分 $\angle ACP, \therefore \angle ABD + \angle ACD = \frac{1}{2}(\angle ABP + \angle ACP) = 45^\circ, \therefore \angle D = 45^\circ + 40^\circ = 85^\circ$. 故答案为 85° .

大招解读 | 8 字型



结论: 如图, $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$.

理由: $\because \angle BEC$ 是 $\triangle ABE$ 的外角, $\therefore \angle BEC = \angle A + \angle B$.

$\because \angle BEC$ 是 $\triangle CDE$ 的外角,

$$\therefore \angle BEC = \angle C + \angle D,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = \angle C + \angle D.$$

5. 12° 【解析】连结 EF , 如图.

$$\because \angle OEF + \angle OFE = \angle B + \angle C = 126^\circ, \angle AEF + \angle DFE = \angle A + \angle D = 102^\circ, \therefore \angle AEB + \angle CFD = (\angle BEF - \angle AEF) + (\angle CFE - \angle DFE) = (\angle BEF + \angle CFE) - (\angle AEF + \angle DFE) = 126^\circ - 102^\circ = 24^\circ.$$

$\because \angle AEB = \angle CFD, \therefore \angle AEB = 12^\circ$, 故答案为 12° .

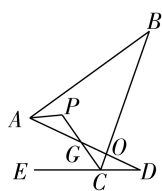
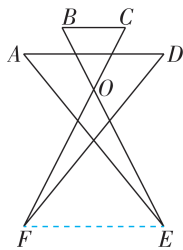
6. B 【解析】如图, 设 PC 交 AD

于 $G, \angle PAB = \angle OAP = x,$

$\angle ECP = \angle PCB = y$, 则 $\angle BAO =$

$2x, \angle BCE = 2y. \therefore \angle AOB =$

$\angle COD, \angle AGP = \angle CGD, \therefore \angle B + \angle BAO =$



思路分析

设 $\angle PAB = \angle OAP = x,$

$\angle ECP = \angle PCB = y$, 则 $\angle BAO =$

$2x, \angle BCE =$

$2y$, 利用 8 字

型模型得出

$\angle B + \angle BAO =$

$\angle D + \angle OCD,$

$\angle P + \angle PAG =$

$\angle D + \angle GCD,$

然后构建方程

组即可解决

问题.

思路分析

根据角平分线

的定义和三角

形的内角和定

理求解.

$$\angle D + \angle OCD, \angle P + \angle PAG = \angle D + \angle GCD,$$

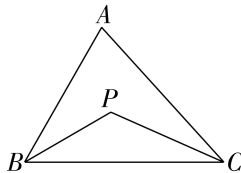
$$\therefore \begin{cases} \angle B + 2x = \angle D + 180^\circ - 2y, & \text{①} \\ \angle P + x = \angle D + 180^\circ - y, & \text{②} \end{cases} \text{①} - 2 \times \text{②}, \text{可得}$$

$$\angle B - 2\angle P = -\angle D - 180^\circ, \text{则 } 2\angle P - \angle B - \angle D = 180^\circ. \text{ 故选 B.}$$

大招解读 | 双内角平分线模型

如图, BP, CP 分别是 $\angle ABC, \angle ACB$ 的平分线,

$$\text{则 } \angle P = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A.$$



7. 60° 【解析】 $\because \angle A = 52^\circ, \angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 $D_1, \therefore \angle ABC + \angle ACB = 128^\circ,$

$$\angle CBD_1 = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle BCD_1 = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle CBD_1 + \angle BCD_1 = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) =$$

$$64^\circ, \text{即 } \angle ABD_1 + \angle ACD_1 = 64^\circ, \therefore \angle D_1 = 116^\circ.$$

$\because \angle ABD_1$ 与 $\angle ACD_1$ 的平分线交于点 $D_2,$

$$\therefore \angle D_2BD_1 + \angle D_2CD_1 = \frac{1}{2}(\angle ABD_1 + \angle ACD_1) =$$

$$32^\circ, \therefore \angle CBD_2 + \angle BCD_2 = \angle D_1BD_2 + \angle D_1BC +$$

$$\angle D_2CD_1 + \angle D_1CB = 96^\circ, \therefore \angle D_2 = 84^\circ. \text{ 同理可}$$

得 $\angle D_3 = 68^\circ, \angle D_4 = 60^\circ$. 故答案为 60° .

8. 【解】(1) $\because \angle A = 54^\circ, \angle ABC = 50^\circ, \angle A +$

$$\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ, \therefore \angle ACB = 180^\circ - 50^\circ -$$

$$54^\circ = 76^\circ. \because \triangle ABC \text{ 的角平分线 } BD, CE \text{ 相交}$$

$$\text{于点 } F, \therefore \angle CBF = \frac{1}{2} \angle ABC = 25^\circ, \angle BCF =$$

$$\frac{1}{2} \angle ACB = 38^\circ, \therefore \angle BFC = 180^\circ - \angle CBF -$$

$$\angle BCF = 180^\circ - 25^\circ - 38^\circ = 117^\circ, \therefore \angle CFD =$$

$$180^\circ - 117^\circ = 63^\circ.$$

(2) $\because \triangle ABC$ 的角平分线 BD, CE 相交于点

$$F, \therefore \angle CBF = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle BCF = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

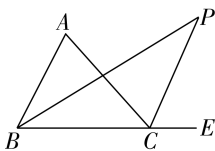
$$\therefore \angle BFC = 180^\circ - \angle CBF - \angle BCF = 180^\circ -$$

$$\frac{1}{2} \angle ABC - \frac{1}{2} \angle ACB = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC +$$

$\angle ACB)$. $\therefore \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$,
 $\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$, $\therefore \angle BFC =$
 $180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 即
 $2\angle BFC = \angle A + 180^\circ$.

大招解读 | 内外角平分线模型

如图, BP, CP 分别是 $\angle ABC, \angle ACE$ 的平分线,
 则 $\angle P = \frac{1}{2}\angle A$.



关键点拨

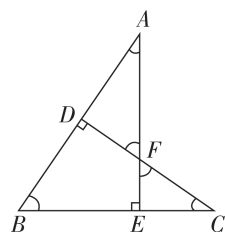
(2) 解题的关键是利用三角形内角和定理将 $\angle BFC$ 和 $\angle A$ 联系起来.

$\angle PCB)$, 所以 $\angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$, 所以 $\angle BPC = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$. 因为 $\angle BPC = \alpha$, 所以 $\angle A = 2\alpha - 180^\circ$. 故答案为 $2\alpha - 180^\circ$.

(2) $\angle BPC + \angle Q = 180^\circ$. 理由: 因为 BQ, CQ 分别平分 $\angle MBC, \angle NCB$, 所以 $\angle QBC = \frac{1}{2}\angle CBM, \angle BCQ = \frac{1}{2}\angle BCN$, 所以 $\angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle CBM + \angle BCN)$, 所以 $\angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle A + \angle ACB + \angle A + \angle ABC) = \frac{1}{2}(180^\circ + \angle A)$, 所以 $\angle QBC + \angle QCB = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 所以 $\angle Q = 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2}\angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$. 由(1)知 $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, 所以 $\angle BPC + \angle Q = 180^\circ$.

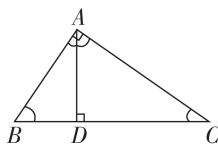
大招解读 | 双垂直模型

一般型:



结论: ① $\angle A = \angle C$;
 ② $\angle B = \angle AFD = \angle CFE$; ③ $AB \cdot CD = AE \cdot BC$

子母型(射影定理模型):



结论: ① $\angle B = \angle CAD$;
 ② $\angle C = \angle BAD$;
 ③ $AB \cdot AC = AD \cdot BC$

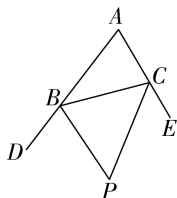
11. 【解】(1) $\because CF \perp AB, \therefore \angle CFB = 90^\circ. \therefore \angle B = 46^\circ, \therefore \angle BCF = 44^\circ. \therefore AD \perp BC, \therefore \angle ADC = 90^\circ, \therefore \angle AEC = \angle ADC + \angle BCF = 90^\circ + 44^\circ = 134^\circ$.

(2) $\because CF \perp AB, AD \perp BC, \therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CF. \therefore AB = 8, BC = 10, AD = 6,$

9. $\frac{1}{2^{2022}}\alpha$ 【解析】 $\because \angle ACD = 180^\circ - \angle ACB$, $\angle ABC$ 的平分线与 $\triangle ACB$ 的外角($\angle ACD$)的平分线交于点 $A_1, \therefore \angle A_1 = 180^\circ - (\angle A_1BC + \angle ACB + \angle A_1CA) = 180^\circ - \frac{1}{2}\angle ABC - \angle ACB - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACB) = 90^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}\angle A$. 同理可得 $\angle A_2 = \frac{1}{2}\angle A_1 = \frac{1}{2^2}\angle A, \angle A_3 = \frac{1}{2}\angle A_2 = \frac{1}{2^3}\angle A, \dots, \therefore \angle A_{2022} = \frac{1}{2^{2022}}\angle A. \because \angle A = \alpha, \therefore \angle A_{2022} = \frac{1}{2^{2022}}\alpha$. 故答案为 $\frac{1}{2^{2022}}\alpha$.

大招解读 | 双外角平分线模型

如图, BP, CP 分别是 $\angle CBD, \angle BCE$ 的平分线,
 则 $\angle P = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.



10. 【解】(1) 因为 BP, CP 分别平分 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$, 所以 $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB$. 因为 $\angle BPC = 180^\circ - (\angle PBC +$

关键点拨

(2) 利用等面积法求出 CF 的长是解题关键.

$$\therefore CF = \frac{AD \cdot BC}{AB} = \frac{6 \times 10}{8} = \frac{15}{2}.$$

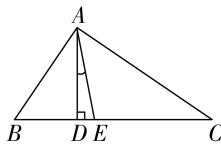
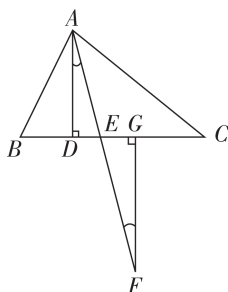
12. 【解】(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle A = 60^\circ$. $\because CD \perp AB$, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$. 故答案为 30.

(2) $\because BE \perp CP$, $\therefore \angle BEC = 90^\circ$. $\therefore \angle CBE = 70^\circ$, $\therefore \angle BCE = 90^\circ - \angle CBE = 20^\circ$. $\therefore \angle MCN = 90^\circ$, $\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle BCE = 70^\circ$. $\therefore AD \perp CP$, $\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle ACD = 20^\circ$.

(3) $\because \angle ADP$ 是 $\triangle ACD$ 的外角, $\therefore \angle ADP = \angle ACD + \angle CAD = 60^\circ$, 同理, $\angle BEP = \angle BCE + \angle CBE = 60^\circ$, $\therefore \angle CAD + \angle CBE + \angle ACB = \angle CAD + \angle CBE + \angle ACD + \angle BCE = (\angle CAD + \angle ACD) + (\angle CBE + \angle BCE) = 120^\circ$. 故答案为 120.

关键点拨
(3) 利用外角进行转换是解题关键.

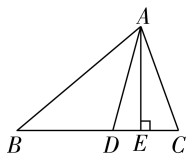
大招解读 | 高分线模型

	
<p>条件: AD 是高, AE 是角平分线.</p> <p>结论: $\angle DAE = \frac{ \angle B - \angle C }{2}$</p>	<p>条件: AD 是高, AE 是角平分线, F 是 AE 延长线上一点, 过 F 作 $FG \perp BC$.</p> <p>结论: $\angle F = \angle DAE = \frac{ \angle B - \angle C }{2}$</p>

关键点拨
熟练掌握角平分线的定义、三角形内角和定理、三角形外角的性质、直角三角形的两内角互余是解题关键.

13. C 【解析】 $\because EF \perp AB$, $\therefore \angle BFE = 90^\circ$. $\because \angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle BEF = 60^\circ$, $\therefore \angle AEB = 60^\circ + 52^\circ = 112^\circ$, $\therefore \angle BAE = 180^\circ - 30^\circ - 112^\circ = 38^\circ$, $\angle EAD = 112^\circ - 90^\circ = 22^\circ$. $\therefore AE$ 平分 $\angle BAC$, $\therefore \angle CAE = \angle BAE = 38^\circ$, $\therefore \angle CAD = \angle CAE - \angle EAD = 38^\circ - 22^\circ = 16^\circ$, 故选 C.

14. 【解】(1) ①如图, AE 即为所求.



\therefore 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 70^\circ$, $\therefore \angle BAC = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$. $\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ$.

$\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角, $\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$. \therefore 用三角尺作 BC 边上的高 AE , 垂足为点 E , $\therefore \angle DAE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$.

② $\angle DFE = 15^\circ$. $\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角, $\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$. $\because FE \perp BC$, $\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle ADC = 15^\circ$.

(2) 不变. 理由如下:

$\because \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角, $\therefore \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 40^\circ + 35^\circ = 75^\circ$. $\because FE \perp BC$, $\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle ADC = 15^\circ$.

(3) 如题图(4)所示, \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \alpha - \beta$. $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2}$. $\because \angle ADC$ 是 $\triangle ABD$ 的一个外角, $\therefore \angle ADC = \angle ABC + \angle BAD = \alpha + 90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ + \frac{\alpha - \beta}{2}$. $\therefore FE \perp AD$, $\therefore \angle DEF = 90^\circ - \angle ADC = 90^\circ - \left(90^\circ + \frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \frac{\beta - \alpha}{2}$.

如题图(5)所示, \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \alpha - \beta$. $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2}$, $\therefore \angle ADB = 180^\circ - \angle ABC - \angle BAD = 180^\circ - \alpha - \left(90^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2}\right) = 90^\circ - \frac{\alpha - \beta}{2}$. $\therefore FE \perp AD$, $\therefore \angle DEF = 90^\circ - \angle ADB = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \frac{\alpha - \beta}{2}$. 综上所述, $\angle DEF = \frac{\beta - \alpha}{2}$ 或 $\angle DEF = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

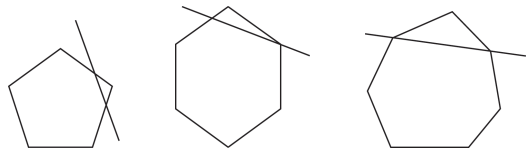
8.2 多边形的内角和与外角和

课时1 多边形的认识与内角和

刷基础

1. **D** 【解析】根据凸多边形的概念,可知选项 D 中的图形不是凸多边形.

2. **D** 【解析】如图,原多边形纸片的边数可能是 5,6,7,不可能是 8. 故选 D.



3. **C** 【解析】正多边形中,①各边相等是正确的;②各个内角相等是正确的;③各个外角相等是正确的;④正多边形的中心到各个顶点的距离相等是正确的;⑤正 n 边形有 n 条对称轴,所以错误. 故选 C.

4. **B** 【解析】 \because 五边形 $FGHMN$ 和五边形 $ABCDE$ 都是正五边形, $\therefore \angle A = \angle F, AB = BC = CD = DE = EA, FG = GH = HM = MN = NF$. $\because AB : FG = 2 : 3, \therefore DE : MN = AB : FG = 2 : 3, \therefore 3DE = 2MN$. 故选 B.

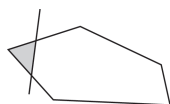
5. **A** 【解析】十边形的对角线的数量为 $\frac{10 \times (10-3)}{2} = 35$, 故选 A.

6. **24** 【解析】由题意,得 $n-3=10, n-2=m, \therefore n=13, m=11, \therefore m+n=24$. 故答案为 24.

7. **D** 【解析】设这个多边形是 n 边形. 根据题意得 $(n-2) \times 180^\circ = 1800^\circ$, 解得 $n=12$. 故选 D.

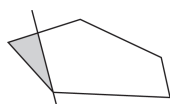
8. **80°** 【解析】 \because 六边形纸片 $ABCDEF$ 的内角和为 $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$, 且 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 440^\circ, \therefore \angle GBC + \angle C + \angle CDG = 720^\circ - 440^\circ = 280^\circ, \therefore \angle BGD = 360^\circ - (\angle GBC + \angle C + \angle CDG) = 80^\circ$. 故答案为 80° .

9. 【解】(1) 如图(1). (画法不唯一)



图(1)

(2) 如图(2). (画法不唯一)



图(2)

易错警示

要从多方面考虑,注意不能漏掉其中的任何一种情况.

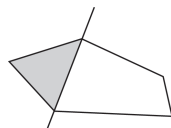
关键点拨

解决本题的关键是明确第一次回到出发点 A 时,所经过的路线正好构成一个正多边形.

归纳总结

过 n 边形的一个顶点可以画出 $(n-3)$ 条对角线,将其分成 $(n-2)$ 个三角形.

(3) 如图(3). (画法不唯一)



图(3)

(4) 设新多边形的边数为 n , 则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$, 解得 $n=12$. ①若截去一个角后边数增加 1, 则原多边形边数为 11; ②若截去一个角后边数不变, 则原多边形边数为 12; ③若截去一个角后边数减少 1, 则原多边形边数为 13, 故答案为 11 或 12 或 13.

课时2 多边形的外角和

刷基础

1. **B** 【解析】 $360^\circ \div 36^\circ = 10$, 所以这个正多边形的边数为 10. 故选 B.

2. **D** 【解析】 \because 第一次回到出发点 A 时, 所经过的路线正好构成一个正多边形, \therefore 正多边形的边数为 $72 \div 9 = 8$. 根据多边形的外角和为 360° , 得 θ 的度数为 $360^\circ \div 8 = 45^\circ$, 故选 D.

3. **162°** 【解析】设最小的外角度数为 x° , 则 $x + 2x + 2x + 4x + 5x + 6x = 360$, 即 $20x = 360$, 解得 $x = 18, \therefore$ 最大的内角度数为 $180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$, 故答案为 162° .

4. **B** 【解析】 \because 多边形的外角和是 $360^\circ, \therefore$ 边数增加 2, 外角和不变. $\because n$ 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ = 180^\circ \cdot n - 360^\circ$, 边数增加 2 之后的内角和是 $(n+2-2) \cdot 180^\circ = 180^\circ \cdot n, \therefore$ 边数增加 2, 内角和增加 360° , 故选 B.

5. **A** 【解析】 \because 一个 n 边形的内角和比其外角和的 2 倍多 $180^\circ, \therefore (n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 2 + 180^\circ, \therefore n=7$. 故选 A.

6. **A** 【解析】 \because 与 $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$ 相邻的外角和等于 $200^\circ, \therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + 200^\circ = 180^\circ \times 4, \therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 520^\circ. \because$ 五边形 $OHGFE$ 的内角和为 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ, \therefore \angle AOD = 540^\circ - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) = 20^\circ$, 故选 A.

7. 【解】(1) 设与这个外角相邻的内角的度数为 x° , 则这个外角的度数为 $\frac{1}{3}x^\circ$. 根据题意得

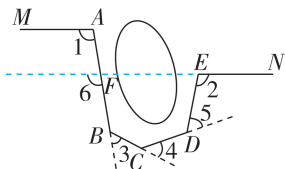
$x^\circ + \frac{1}{3}x^\circ = 180^\circ$, 解得 $x = 135$, $\therefore \frac{1}{3}x^\circ = \frac{1}{3} \times 135^\circ = 45^\circ$, \therefore 这个外角的度数为 45° .

(2) 正确. 理由如下: \because 这个正多边形的每个外角都等于 45° , 正多边形的外角和为 360° , \therefore 这个正多边形的边数为 $360^\circ \div 45^\circ = 8$, \therefore 这个正多边形的内角和为 $(8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ > 1000^\circ$, \therefore 嘉嘉的猜想正确.

8. 【解】(1) 五边形内角和为 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$, 故答案为 540 .

(2) 因为多边形外角和都是 360° , 所以正五边形每个外角的度数都为 $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$, 所以跑完一圈, 跑步方向改变的角度和为 $360^\circ - 72^\circ = 288^\circ$, 故答案为 288 .

(3) 如图, 延长 NE 交 AB 于点 F .



因为 $MA \parallel EN$, 所以 $\angle 1 = \angle 6$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 200^\circ$, 所以 $\angle 6 + \angle 2 = 200^\circ$.

因为在五边形 $FBCDE$ 中, $\angle 6 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 2 = 360^\circ$, 所以 $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 160^\circ$.

刷提升

1. B 【解析】如图, 延长 GH 交 BC 于 M . \because 五边形的内角和为 540° , 六边形的内角和为 720° , 多边形的外角和为 360° , \therefore 正六边形的一个内角和外角分别为 $120^\circ, 60^\circ$, 正五边形的一个内角和外角分别为 $108^\circ, 72^\circ$, $\therefore \angle A = \angle B = \angle BCD = 120^\circ$, $\angle PGM = 72^\circ$, $\angle MGL = \angle L = \angle CDL = 108^\circ$. 在五边形 $CDLGM$ 中, $\angle GMC = 540^\circ - \angle BCD - \angle CDL - \angle L - \angle MGL = 96^\circ$, $\therefore \angle BMG = 180^\circ - \angle GMC = 84^\circ$, \therefore 在五边形 $ABMGP$ 中, $\angle APG = 540^\circ - \angle A - \angle B - \angle BMG - \angle PGM = 144^\circ$, 故选 B.

2. 540° 【解析】如图, $\angle B + \angle C = \angle 1$, ① $\angle D + \angle E + \angle F + \angle 2 = 360^\circ$, ② $\angle A + \angle 1 + (180^\circ -$

$\angle 2) + \angle G = 360^\circ$, ③ ① +

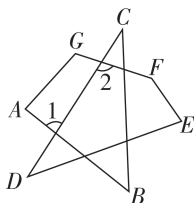
② + ③ 得 $\angle B + \angle C + \angle D +$

$\angle E + \angle F + \angle 2 + \angle A + \angle 1 +$

$(180^\circ - \angle 2) + \angle G = \angle 1 +$

$360^\circ + 360^\circ$, $\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F +$

$\angle G = 540^\circ$, 故答案为 540° .



3. 6 【解析】 \because 正五边形的外角和为 360° , \therefore 正五边形每个外角的度数为 $360^\circ \div 5 = 72^\circ$, \therefore 正五边形每个内角的度数为 $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, \therefore 拼接一圈后, 中间正多边形的每个内角为 $360^\circ - 2 \times 108^\circ - 24^\circ = 120^\circ$, $\therefore (n-2) \times 180^\circ = 120^\circ n$, 解得 $n = 6$. 故答案为 6 .

4. 【解】(1) $\because n$ 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$, \therefore 内角和一定是 180° 的倍数.

$\because 2024 \div 180 = 11 \cdots 44$, \therefore 内角和不可能为 2024° .

(2) 设小华求的是 m 边形的内角和. 依题意有 $2024^\circ - 180^\circ < (m-2) \cdot 180^\circ < 2024^\circ$,

解得 $12 \frac{11}{45} < m < 13 \frac{11}{45}$. $\because m$ 为整数, $\therefore m = 13$,

\therefore 小华求的是十三边形的内角和.

(3) 能. 十三边形的内角和是 $(13-2) \times 180^\circ = 1980^\circ$, 则这个多加的外角的度数是 $2024^\circ - 1980^\circ = 44^\circ$.

关键点拨

掌握多边形的内角和与外角和是解题的关键.

思路分析

(1) 根据角平分线的定义和三角形外角的性质得到 $\angle AFB = \frac{1}{2}(\angle CBE - \angle DAB)$, 再根据平角的定义和四边形的内角和即可求出 $\angle AFB$ 的度数.

刷素养

5. 【解】(1) $\because BF$ 平分 $\angle CBE$, AF 平分 $\angle DAB$,

$\therefore \angle FBE = \frac{1}{2} \angle CBE$, $\angle FAB = \frac{1}{2} \angle DAB$.

$\therefore \angle D + \angle DCB + \angle DAB + \angle ABC = 360^\circ$,

$\therefore \angle DAB + \angle ABC = 360^\circ - \angle D - \angle DCB = 360^\circ - 120^\circ - 140^\circ = 100^\circ$. 又 $\because \angle F + \angle FAB = \angle FBE$,

$\therefore \angle F = \angle FBE - \angle FAB = \frac{1}{2} \angle CBE - \frac{1}{2} \angle DAB =$

$\frac{1}{2}(\angle CBE - \angle DAB) = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC -$

$\angle DAB) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$. 故答案为 40° .

(2) 由 (1) 得 $\angle AFB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC -$

$\angle DAB)$, $\angle DAB + \angle ABC = 360^\circ - \angle D - \angle DCB$,

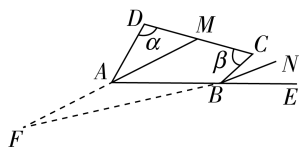
$\therefore \angle AFB = \frac{1}{2} (180^\circ - 360^\circ + \angle D + \angle DCB) =$
 $\frac{1}{2} \angle D + \frac{1}{2} \angle DCB - 90^\circ = \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta - 90^\circ$. 故答
 案为 $\frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \beta - 90^\circ$.

(3) 若 $AG \parallel BH$, 则 $\alpha + \beta = 180^\circ$. 理由如下: 若
 $AG \parallel BH$, 则 $\angle GAB = \angle HBE$.

$\because AG$ 平分 $\angle DAB$, BH 平分 $\angle CBE$,
 $\therefore \angle DAB = 2 \angle GAB$, $\angle CBE = 2 \angle HBE$,
 $\therefore \angle DAB = \angle CBE$,
 $\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADC + \angle DCB = \alpha + \beta = 180^\circ$.

(4) 画出图形如图所示, $\angle AFB = 90^\circ \rightarrow$
 $\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2} \beta$.



$\because AM$ 平分 $\angle DAB$, BN 平分 $\angle CBE$,

$\therefore \angle BAM = \frac{1}{2} \angle DAB$, $\angle NBE = \frac{1}{2} \angle CBE$.

$\because \angle D + \angle DAB + \angle ABC + \angle BCD = 360^\circ$,

$\therefore \angle DAB + \angle ABC = 360^\circ - \angle D - \angle BCD = 360^\circ -$
 $\alpha - \beta$,

$\therefore \angle DAB + 180^\circ - \angle CBE = 360^\circ - \alpha - \beta$,

$\therefore \angle DAB - \angle CBE = 180^\circ - \alpha - \beta$.

$\because \angle ABF$ 与 $\angle NBE$ 是对顶角,

$\therefore \angle ABF = \angle NBE$.

又 $\because \angle F + \angle ABF = \angle MAB$,

$\therefore \angle F = \angle MAB - \angle ABF$,

$\therefore \angle F = \frac{1}{2} \angle DAB - \angle NBE = \frac{1}{2} \angle DAB -$
 $\frac{1}{2} \angle CBE = \frac{1}{2} (\angle DAB - \angle CBE) = \frac{1}{2} (180^\circ - \alpha -$
 $\beta) = 90^\circ - \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2} \beta$.

8.3 用正多边形铺设地面

刷基础

1. **C** 【解析】A 选项, 正三角形的每个内角是 60° , 能单独铺满地面, 故 A 不符合题意; B 选

思路分析

(4) 画出图
 形, 根据三角
 形外角的性
 质, 得出 $\angle F =$
 $\angle MAB - \angle ABF$,
 再通过角平分
 线的定义以及
 四边形内角和
 为 360° , 将
 $\angle F$ 用含有 α
 与 β 的式子
 表示.

方法技巧

判断一种图形
 是否能够进行
 平面镶嵌, 只
 需看拼在同一
 顶点处的几个
 角能否构成周
 角. 若能构成
 周角, 则说明
 能够进行平面
 镶嵌; 反之则

60°, 能单独铺满地面, 故 A 不符合题意; B 选
 项, 正方形的每个内角是 90° , 能单独铺满地
 面, 故 B 不符合题意; C 选项, 正八边形每个
 内角是 $180^\circ - 360^\circ \div 8 = 135^\circ$, 不能整除 360° ,
 不能单独铺满地面, 故 C 符合题意; D 选项,
 正六边形的每个内角是 120° , 能单独铺满地
 面, 故 D 不符合题意. 故选 C.

2. **A** 【解析】A 选项, 正三角形的每个内角是
 60° , 正六边形的每个内角是 120° , $\therefore 4 \times 60^\circ +$
 $120^\circ = 360^\circ$, \therefore 正三角形和正六边形能够平面
 镶嵌, 符合题意. B 选项, 正方形的每个内角是
 90° , 正五边形的每个内角是 $180^\circ - 360^\circ \div 5 =$
 108° , 不存在正整数 m, n , 使得 $90m + 108n =$
 360 , 故正方形和正五边形不能平面镶嵌, 不
 符合题意. C 选项, 正三角形的每个内角是
 60° , 正五边形的每个内角是 $180^\circ - 360^\circ \div 5 =$
 108° , 不存在正整数 x, y , 使得 $60x + 108y =$
 360 , 故正三角形和正五边形不能平面镶嵌,
 不符合题意. D 选项, 正五边形的每个内角是
 $180^\circ - 360^\circ \div 5 = 108^\circ$, 正七边形的每个内角是
 $180^\circ - 360^\circ \div 7 = \left(\frac{900}{7}\right)^\circ$, 不存在正整数 s, t , 使
 得 $108s + \frac{900}{7}t = 360$, 故正五边形和正七边形不
 能平面镶嵌, 不符合题意. 故选 A.

3. **A** 【解析】设这种正多边形地砖的边数为 n .
 根据题意可知, 该正 n 边形地砖的一个内角
 为 $(360^\circ - 60^\circ) \times \frac{1}{2} = 150^\circ$, 则 $150^\circ n = (n-2) \times$
 180° , 解得 $n = 12$, 故选 A.

4. **C** 【解析】设正多边形的边数为 n . \because 正方形
 的一个内角度数是 90° , \therefore 正 n 边形的一个内
 角度数为 $(360^\circ - 90^\circ) \div 2 = 135^\circ$, \therefore 正 n 边形
 的一个外角度数为 $180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, $\therefore n =$
 $360^\circ \div 45^\circ = 8$, \therefore 正八边形的内角和为 $(8-2) \times$
 $180^\circ = 1080^\circ$. 故选 C.

5. **240** 【解析】 \because 正六边形的每个内角度数为
 $\frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$, 正方形的每个内角度数
 为 90° , $\therefore \angle AOB = 360^\circ - 120^\circ - 90^\circ = 150^\circ$. 设

这块正多边形地砖的边数为 n , 则 $(n-2) \times 180^\circ = n \times 150^\circ$, 解得 $n = 12$, \therefore 这块正多边形地砖的边数为 12, \therefore 这块正多边形地砖的周长为 $12 \times 20 = 240$ (cm), 故答案为 240.

6. 150 【解析】该正 n 边形的一个内角的度数 $= 360^\circ - 90^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 150^\circ$. 故答案为 150.

7. 正三角形或正六边形 【解析】 \because 正方形的每个内角为 90° , 正十二边形的每个内角是 150° , \therefore 存在以下两种情况:

① $\because 90^\circ + 150^\circ + 2 \times 60^\circ = 360^\circ$, 而 60° 恰好是正三角形的一个内角的度数, \therefore 第三种可以选正三角形地砖;

② $\because 90^\circ + 150^\circ + 120^\circ = 360^\circ$, 而 120° 恰好是正六边形的一个内角的度数, \therefore 第三种可以选正六边形地砖.

综上, 第三种可以选正三角形或正六边形地砖. 故答案为正三角形或正六边形.

8. (1) 2 (2) 8 【解析】(1) 正三角形的一个内角的度数为 60° , 正六边形的一个内角的度数为 120° . 设围绕某一个顶点拼成一个平面图用 x 个正三角形、 y 个正六边形, 则 $60x + 120y = 360$. $\because x, y$ 为正整数, $\therefore \begin{cases} x=2, \\ y=2 \end{cases}$ 或

$\begin{cases} x=4, \\ y=1 \end{cases}$ 当 $\begin{cases} x=2, \\ y=2 \end{cases}$ 时, 有两种拼法, 为 $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 120^\circ$ 或 $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$; 当

$\begin{cases} x=4, \\ y=1 \end{cases}$ 时, 有一种拼法. 综上, 共有 3 种拼法,

\therefore 还能再拼出 2 种不同的图案. 故答案为 2.

(2) 所拼图案中最小的周长是 $1 \times 8 = 8$ (cm). 故答案为 8.

全章综合训练



1. C 【解析】由题意得 $\triangle ABD, \triangle ABC, \triangle ADC, \triangle ADE$ 均为直角三角形, \therefore 共有 4 个直角三角形. 故选 C.

2. B 【解析】A 选项, $1+2=3$, 不满足三角形的两边之和大于第三边, 不能搭成三角形, 不符

合题意; B 选项, $2+3=5>4$, 满足三角形的两边之和大于第三边, 能搭成三角形, 符合题意; C 选项, $3+5=8$, 不满足三角形的两边之和大于第三边, 不能搭成三角形, 不符合题意; D 选项, $4+5=9<10$, 不满足三角形的两边之和大于第三边, 不能搭成三角形, 不符合题意. 故选 B.

3. B 【解析】 $\because \angle BAC = 90^\circ, \angle B = 45^\circ$, $\therefore \angle ACB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. $\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle DAC = \angle ACB = 45^\circ$, $\therefore \angle ADE = \angle DEF - \angle DAC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$. 故选 B.

4. 100° 【解析】 $\because \angle BCD = 30^\circ, \angle ACB = 80^\circ$, $\therefore \angle ACD = 50^\circ$. $\because CD$ 是边 AB 上的高, $\therefore \angle ADC = 90^\circ$, $\therefore \angle DAC = 40^\circ$. $\because AE$ 是 $\angle CAB$ 的平分线, $\therefore \angle CAE = \frac{1}{2} \angle DAC = 20^\circ$, $\therefore \angle AEB = \angle CAE + \angle ACB = 20^\circ + 80^\circ = 100^\circ$. 故答案为 100° .

5. $\frac{1}{3^n}m$ 【解析】设 $\angle E_1AD = \alpha, \angle E_1BD = \beta$, 则 $\angle CAB = 3\alpha, \angle CBD = 3\beta$. 由三角形的外角的性质得 $\beta = \alpha + \angle E_1, 3\beta = 3\alpha + \angle C$, $\therefore \angle E_1 = \frac{1}{3} \angle C$. 同理可得 $\angle E_2 = \frac{1}{3} \angle E_1$, 即 $\angle E_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \angle C, \dots, \therefore \angle E_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n \angle C$, 即 $\angle E_n = \frac{1}{3^n}m$ 度, 故答案为 $\frac{1}{3^n}m$.

6. A 【解析】设原多边形的边数为 n , 则可得 $180(n-2) = 1620$, 解得 $n = 11$. 按图示的剪法剪去一个内角后, 所得新多边形的边数比原多边形的边数多 1, 为 12, 故选 A.

7. B 【解析】设这个多边形的边数为 n , 由题意得 $180^\circ \cdot (n-2) = 360^\circ \times 4$, 解得 $n = 10$, \therefore 这个多边形是十边形, \therefore 从这个多边形的一个顶点处可以引 $10-3=7$ (条) 对角线, 故选 B.

8. B 【解析】如图, \because 正六边形与正方形的两邻边相交, $\therefore \angle A = 90^\circ, \angle B = 180^\circ - \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ$. $\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle A + \angle B = 360^\circ, \angle 1 = \alpha, \angle 2 = \beta$, $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 150^\circ, \therefore \alpha + \beta =$

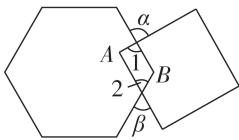
归纳总结

正多边形的组合能否铺满地面, 关键是看位于同一顶点处的几个角之和能否为 360° , 若能, 则说明能铺满, 反之, 则不能铺满.

关键点拨

按图示的剪法剪去一个内角后, 所得新多边形的边数比原多边形的边数多 1.

150°, 故选 B.



刷章测

1. **B** 【解析】 $\because (a+2b-19)^2 + |3a-b-1| = 0$,
 $(a+2b-19)^2 \geq 0, |3a-b-1| \geq 0, \therefore \begin{cases} a+2b-19=0, \\ 3a-b-1=0, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=3, \\ b=8. \end{cases}$ \therefore 一个三角形的三边长分别是 a ,

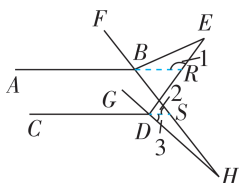
$b, c, \therefore 8-3 < c < 8+3$, 即 $5 < c < 11, \therefore$ 此三角形的边长 c 的取值范围是 $5 < c < 11$. 故选 B.

2. **B** 【解析】由题意得 $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OBD}, \therefore AD = BD, \therefore CD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线. 同理, BF, AE 也是 $\triangle ABC$ 的中线.

3. **B** 【解析】由题意得, 拼接得到的图案的外轮廓是正多边形. $\because AC = BC, \angle B = 72^\circ, \therefore \angle A = \angle B = 72^\circ, \therefore \angle ACB = 180^\circ - 72^\circ - 72^\circ = 36^\circ, \therefore$ 正多边形的每一个内角的度数为 $72^\circ + 36^\circ = 108^\circ, \therefore$ 正多边形的边数为 $360^\circ \div (180^\circ - 108^\circ) = 5$, 故选 B.

4. **B** 【解析】 \because 正方形的每个内角是 90° , 正八边形的每个内角是 $135^\circ, 90^\circ + 135^\circ \times 2 = 360^\circ, \therefore a = 1, b = 2, \therefore a + b = 1 + 2 = 3$, 故选 B.

5. **A** 【解析】延长 AB 交 DE 于点 R , 延长 CD 交 FH 于点 S , 如图. $\because AB \parallel CD, \therefore \angle 1 = \angle CDE, \angle 2 = \angle ABF. \because \angle ABE = \angle 1 + \angle E = \angle 1 + 30^\circ, \therefore \angle ABE = \angle CDE + 30^\circ. \because \angle EBF = 2 \angle FBA, \angle EDG = 2 \angle GDC, \therefore \angle ABE = 3 \angle FBA, \angle CDE = 3 \angle GDC, \therefore 3 \angle FBA = 3 \angle GDC + 30^\circ, \therefore 3 \angle FBA - 3 \angle GDC = 30^\circ, \therefore \angle FBA - \angle GDC = 10^\circ. \because \angle FBA = \angle 2, \angle GDC = \angle 3, \therefore \angle 2 - \angle 3 = 10^\circ, \therefore \angle H = \angle 2 - \angle 3 = 10^\circ$. 故选 A.



关键点拨

根据题意得出拼接得到的图案的外轮廓是正多边形, 且正多边形的每一个内角的度数为 108° 是解题的关键.

技巧点拨

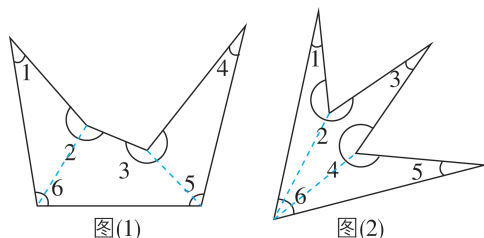
连对角线可以将边数大于4的多边形问题转化为三角形或四边形问题, 从而更方便解决问题.

6. **A** 【解析】 $\because \angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ, \angle BAC = \alpha, \therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \alpha. \because BO$ 是 $\angle ABC$ 的平分线, CO 是 $\angle ACB$ 的平分线,
 $\therefore \angle CBO = \frac{1}{2} \angle ABC, \angle BCO = \frac{1}{2} \angle ACB,$
 $\therefore \angle CBO + \angle BCO = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2} (180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}.$
 $\because \angle OCB + \angle OBC + \angle 2 = 180^\circ, \therefore \angle 2 = 180^\circ - (\angle OCB + \angle OBC) = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right) = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}.$ 由题意易得 AO 是 $\angle BAC$ 的平分线,
 $\therefore \angle BAO = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \alpha. \because AD$ 是 $\angle BAO$ 的平分线, $\therefore \angle 1 = \frac{1}{2} \angle BAO = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{4} \alpha,$
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{4} \alpha + 90^\circ + \frac{1}{2} \alpha = 90^\circ + \frac{3}{4} \alpha$, 故选 A.

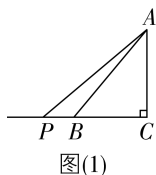
7. **21** 【解析】 $18 + 3 = 21, \therefore$ 这个多边形的边数是 21, 故答案为 21.

8. **130°** 【解析】 $\because BE$ 是 AC 边上的高, $\therefore \angle BEA = 90^\circ. \because \angle A = 50^\circ, \therefore \angle ABE = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ. \because CD$ 是 AB 边上的高, $\therefore \angle CDB = 90^\circ, \therefore \angle BPC = \angle CDB + \angle ABE = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$.

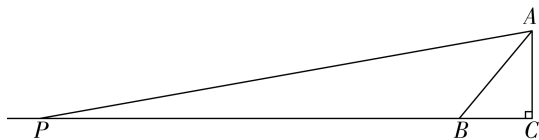
9. **0** 【解析】如图, 将图(1)和图(2)的多边形都划分为两个三角形和一个四边形, 图(1)中的 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 2 \times 180^\circ + 360^\circ = 720^\circ$, 图(2)中的 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 2 \times 180^\circ + 360^\circ = 720^\circ, \therefore m = n = 720, \therefore m - n = 0$. 故答案为 0.



10. 40° 或 10° 【解析】 \because 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 50^\circ$, $\therefore \angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 40^\circ$. 分两种情况讨论: 如图(1), 当 $\angle APB = \alpha$, $\angle BAP = \beta$ 时, $\angle APB + \angle BAP + \angle BAC = 90^\circ$, 即 $\alpha + \beta + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \alpha + \beta = 50^\circ$. ① $\therefore 2\alpha + \beta = 90^\circ$, ② 由 ② - ①, 得 $\alpha = 40^\circ$, $\therefore \angle APB = \alpha = 40^\circ$. 如图(2), 当 $\angle APB = \beta$, $\angle BAP = \alpha$ 时, $\angle APB + \angle BAP + \angle BAC = 90^\circ$, 即 $\alpha + \beta + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \alpha + \beta = 50^\circ$. ③ $\therefore 2\alpha + \beta = 90^\circ$, ④ 由 ③ $\times 2$ - ④, 得 $\beta = 10^\circ$, $\therefore \angle APB = \beta = 10^\circ$. 综上所述, $\angle APB$ 的所有可能的度数为 40° 或 10° . 故答案为 40° 或 10° .



图(1)



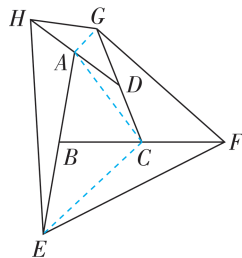
图(2)

11. 【解】(1) 由题可知 $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 4\angle B$, $\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$, 即 $4\angle B + \angle B = 90^\circ$, 解得 $\angle B = 18^\circ$, 故 $\angle B$ 的度数为 18° .
(2) $\because |a-5| + (b-6)^2 = 0$, $\therefore a-5=0, b-6=0$, $\therefore a=5, b=6$. 由三角形的三边关系得 $6-5 < c < 6+5$, 即 $1 < c < 11$. $\because c$ 为正整数, $\therefore c$ 的最大值为 10, $\therefore \triangle ABC$ 周长的最大值是 $5+6+10=21$.
12. 【解】(1) $\because \angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$ 是四边形的四个内角, $\therefore \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$, $\therefore \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ - (\angle 5 + \angle 6)$. $\because \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$, $\therefore \angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - (\angle 5 + \angle 6)$, $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$.
(2) 四边形的任意两个顶点不同的外角的和等于与它们不相邻的两个内角的和.
(3) $\because \angle B + \angle C = 240^\circ$, $\therefore \angle MDA + \angle NAD = 240^\circ$. $\because AE, DE$ 分别是 $\angle NAD, \angle MDA$ 的平分线, $\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle MDA, \angle DAE =$

关键点拨 13. 【解】(1) ① $S_{\triangle APB} = S_{\triangle APC}$. 理由: $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, \therefore 点 D 为 BC 的中点, $S_{\triangle ADB} = S_{\triangle ADC}$, $\therefore PD$ 是 $\triangle PBC$ 的中线, $\therefore S_{\triangle PDB} = S_{\triangle PDC}$, $\therefore S_{\triangle ADB} - S_{\triangle PDB} = S_{\triangle ADC} - S_{\triangle PDC}$, 即 $S_{\triangle APB} = S_{\triangle APC}$.
(2) 连结 AG, AC, CE , 构造三角形的中线是本题解题关键.

$$\frac{1}{2} \angle NAD, \therefore \angle ADE + \angle DAE = \frac{1}{2} (\angle MDA + \angle NAD) = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ, \therefore \angle E = 180^\circ - (\angle ADE + \angle DAE) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

- ② 设 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高为 h , 则 $S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} \times BD \times h, S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times DC \times h$. $\because BD = 3DC$, $\therefore S_{\triangle ADB} = 3S_{\triangle ADC}$, 同理 $S_{\triangle PDB} = 3S_{\triangle PDC}$, 则 $S_{\triangle ADB} - S_{\triangle PDB} = 3S_{\triangle ADC} - 3S_{\triangle PDC}$, 即 $S_{\triangle APB} = 3S_{\triangle APC}$, $\therefore S_{\triangle APB} : S_{\triangle APC} = 3:1$. 故答案为 $3:1$.
(2) 连结 AG, AC, CE , 如图.



- \because 点 A, B, C, D 分别为 DH, AE, BF, CG 的中点, $\therefore AG, BC, CE, DA$ 分别为 $\triangle GHD, \triangle CAE, \triangle EFB, \triangle ACG$ 的中线, $\therefore S_{\triangle GAH} = S_{\triangle GAD} = \frac{1}{2} S_{\triangle GHD}, S_{\triangle CBA} = S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} S_{\triangle CAE}, S_{\triangle ECF} = S_{\triangle ECB} = \frac{1}{2} S_{\triangle EFB}, S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADG} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACG}, \therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle ADG} = \frac{1}{2} S_{\triangle GHD}, S_{\triangle CBA} = S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} S_{\triangle EFB}, \therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ADC} + S_{\triangle CBA} = \frac{1}{2} S_{\triangle GHD} + \frac{1}{2} S_{\triangle EFB} = \frac{1}{2} (S_{\triangle GHD} + S_{\triangle EFB})$, 即 $S_{\triangle HDG} + S_{\triangle FBE} = 2S_{\text{四边形}ABCD}$. 故答案为 $S_{\triangle HDG} + S_{\triangle FBE} = 2S_{\text{四边形}ABCD}$.

关键点拨 (3) 注意利用前面得出的结论.